

**Ю.О. ГРИШИНА**  
(Волгоград)

## **ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УМСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА ЭТАПЕ ОСМЫСЛЕНИЯ УСЛОВИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ**

*Рассмотрена проблема недостаточной разработки методики организации учебной деятельности учащихся на этапе понимания условия планиметрической задачи. Предлагаются различные формы организации умственной деятельности учащихся в ходе осмысления условия планиметрической задачи, эвристические предписания для самостоятельного анализа учащимися условия планиметрической задачи.*

**Ключевые слова:** планиметрическая задача, этапы решения задачи, анализ условия задачи, умение проводить анализ условия задачи.

Целостное всестороннее развитие школьника, формирование его личности и профессиональное становление невозможны без существенной опоры на высокий уровень математической подготовки. Важнейшим видом учебной деятельности, в процессе которой школьники усваивают математическую теорию, развивают свои творческие способности и самостоятельность мышления, является решение задач.

Задачи – неотъемлемая часть курса математики в средней школе, в том числе и геометрии. Они являются первой формой применения знаний, полученных школьниками в процессе изучения геометрии. Действительно, лишенный задач курс геометрии представлял бы собой лишь группу теорем, размещенных более или менее последовательно. Пользы от изучения такого курса, очевидно, очень мало: учащимся пришлось бы зубрить содержание теорем, они бы не видели применения изучаемого материала, а также связи геометрии с другими дисциплинами, не смогли бы решать простейшие практические задачи. Тем не менее, именно решение задач вызывает у учащихся наибольшие затруднения.

Как известно, в методике математики общепринято деление процесса решения учебной задачи на четыре основных этапа: осмысление условия задачи, составление плана решения, осуществление плана решения, изучение найденного решения, так называемый взгляд назад. По нашему мнению, одним из наиболее важных при решении задач является первый этап, т.к. на нем происходит осознание условия и требования задачи, усвоение и разборка отдельных элементов условия (или элементов цели), поиск необходимой информации в системе памяти, соотнесение условия и заключения задачи с имеющимися знаниями и опытом. Для успешного анализа условия ученик должен владеть комплексом умений (переводить заданную ситуацию на математический язык; выполнять чертеж, отвечающий условию задачи; анализировать задачную ситуацию с целью выявления данных и искомого; устанавливать полноту условия (избыточность)). Именно эффективное выполнение этих действий является залогом правильного решения задачи. Однако при очевидной важности первого этапа в методической литературе не уделяют должного внимания методике организации работы учащихся по анализу условия, не разработана общая схема анализа условия планиметрической задачи. При рассмотрении школьных учебников по геометрии Л.С. Атанасяна, А.В. Погорелова, И.Ф. Шарыгина очевидно, что ни в одной задаче, встречающейся в тексте параграфов, не проведен анализ условия. Разбор типичных задач представляет собой синтетическое рассуждение, в котором учащимся до последнего момента непонятно, по какому принципу идет синтезирование условий, откуда берутся дополнительные построения и т.д. При таком подходе ученики рассматривают геометрические задачи как загадки именно потому, что не могут овладеть всей совокупностью рассуждений и выводов, расположить их в последовательную систему, установить логическую связь между ними. Таким образом, обучение учащихся анализу условия планиметрической задач необходимо для формирования умения решать задачи и должно выступать методом специальной методики.

Под анализом условия задачи будем понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но свойственна ему. Анализ требования задачи предполагает выяснение возможных

путей ответа на вопрос задачи. Для успешного анализа условия планиметрической задачи у учеников должен сформироваться комплекс мыслительных умений. Ю.М. Колягин выделяет следующие умения [2]:

1) анализировать данную ситуацию с целью выявления существенного (данные, известные, искомые, свойства и отношения); установления полноты, непротиворечивости (или противоречивости), независимости (или зависимости) условия задачи и ее элементов;

2) соотносить неизвестные элементы задачи с известными; распознавать известные элементы в различных сочетаниях; сопоставлять данную задачу с известными задачами;

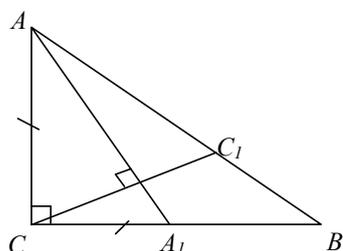
3) выявлять скрытые свойства задачной ситуации; создавать новые комбинации известных понятий и фактов, относящихся к элементам данной задачи, соотнося их с ее условием и целью;

4) конструировать простейшие математические модели данной задачной ситуации; отождествлять элементы задачи с элементами модели;

5) обнаруживать структуру данной задачной ситуации, задачи и ее элементов; воспроизводить эту структуру в различных состояниях.

Важнейшим компонентом умения анализировать требование задачи является умение преобразовывать требование задачи в равносильное ему. Это требует вооружения учащихся как можно большим числом признаков и свойств понятий. Выполнение анализа требования задачи предполагает наличие ассоциаций: осознание термина, обозначающего понятие, осознание определения и характерных свойств этого понятия. Очевидно, что одним из компонентов умения анализировать требование задачи является умение составлять вспомогательные задачи. Продвижение в решении задачи зависит от умения переосмысливать элементы фигуры с точки зрения другого понятия. Частным случаем является переосмысление элементов чертежа с точки зрения другой фигуры, что в свою очередь связано умением вычленять элементы чертежа, комбинировать их.

Проиллюстрируем сказанное на примере задачи.



Дан равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$  и медианой  $AA_1$ . Из вершины  $C$  проведен отрезок  $CC_1$ , перпендикулярный отрезку  $AA_1$ . ( $C_1 \in AB$ ). В каком отношении точка  $C_1$  делит отрезок  $AB$  (см. рис.)?

Поставим вопрос: что нужно знать, чтобы найти отношение  $AC_1 : C_1B$ ? Непосредственного ответа на этот вопрос нет. Попробуем поставить вопрос по-другому: нельзя ли данное отношение заменить отношением, равным ему? (преобразование требования задачи в равносильное ему).

Для ответа на этот вопрос обратимся к условию задачи (вычленение треугольника  $ABC$ , медианы  $AA_1$ , перпендикуляра  $CC_1$ , переосмысление элементов чертежа в плане различных понятий, переход от термина «медиана» к определению понятия.) Наличие в условии задачи медианы треугольника актуализирует ассоциацию «медиана треугольника – точка пересечения медиан треугольника делит каждую медиану в отношении 2:1 от вершины», что, в свою очередь, вызывает мысль об отыскании на медиане  $AA_1$  точки  $K$  такой, что  $AK : KA_1 = AC_1 : C_1B$  (аналогия с данным требованием задачи). Точка  $K$  легко найдется при актуализации «равенство отношений отрезков на сторонах угла – пересечение угла пучком параллельных прямых».

Итак,  $K$  – точка пересечения отрезка  $AA_1$  и отрезка  $C_1D$ , перпендикулярного  $AC$ . Построение точки  $K$  позволяет переформулировать требование задачи в новое: найти отношение  $AK : KA_1$  и составить задачу аналогичную данной (составление промежуточных задач).

В треугольнике  $ACC_1$   $K$  – точка пересечения двух высот, следовательно, прямая  $CK$  перпендикулярна  $AB$  (выведение следствий, переосмысление элементов чертежа а плане различных фигур, актуа-

лизация ряда специальных ассоциаций, постоянное соотнесение преобразований задачи с действиями с чертежом).

Поскольку  $CK \perp AB$ , а треугольник  $ABC$  – равнобедренный, то прямой  $CK$  принадлежит и вторая медиана, потому  $K$  – точка пересечения медиан. Следовательно,  $AK : KA_1 = 2 : 1$ .

Легко усмотреть в приведенном рассуждении наличие почти всех перечисленных умений. Для их формирования необходимо использовать различные формы организации учебной деятельности на этапе понимания учащимися условия планиметрической задачи. Например, Л.М. Лоповок выделяет следующие формы [3].

1. Изменение формулировки и условия. Суть этого приема в том, что формулировка не изменяет математического содержания задачи, может не затрагивать числовых значений параметров (хотя это не обязательно), но задача предстает перед учащимися в новом варианте, причем тождество начального и нового вариантов скрыто.

2. Изменение условия, при котором искомые и часть данных величин меняются местами. Например, вместо вписывания квадрата в данный треугольник предлагают около данного квадрата описать треугольник, подобный данному; вместо вычисления радиуса окружности, описанной около треугольника, стороны которого известны, предлагают найти стороны треугольника по их отношению и радиусу описанной окружности.

3. Замена части данных условием вспомогательной задачи. Например, вместо стороны квадрата сообщают величину его диагонали или площади. Этот прием несколько увеличивает объем решения. Данный прием дает возможность сочетать решение задач по определенной теме с систематическим повторением пройденного ранее. Возможно и упрощение условия, сводящееся к замене одной или нескольких вспомогательных задач определенными параметрами, которые находят в результате решения указанных задач.

4. Замена приведенной в условии фигуры или конфигурации аналогичной. Так, предлагая вместо разностороннего треугольника равнобедренный, прямоугольный или произвольный, мы существенно изменяем нахождение радиуса окружности, вписанной в треугольник. При этом изменения могут приводить как к усложнению, так и к упрощению решения.

Перечисленные формы организации анализа условия задачи Г.И. Ковалева называет варьированием задачи [1]. Автор рассматривает определенные, переопределенные, вариативные, противоречивые задачи с позиции их конструирования. Их использование, несомненно, обогатит этап сознания учащимися условия задачи, если будет разработана методика их включения. Однако варьирование задачи не исчерпывает, по нашему мнению, всех форм анализа условия задачи. Анализ методической литературы и опыт педагогической деятельности позволил нам выделить следующие способы получения информации из условия планиметрических задач:

- выведение следствий непосредственно из условия задачи;
- переосмысливание объектов (фигур, отношений между ними) с точки зрения других понятий;
- замена термина его определением;
- использование характеристических свойств понятия;
- интерпретация символических записей;
- перевод содержания задачи на язык специальной теории и наоборот;
- пояснение незнакомых слов;
- выделение главных слов, которые несут смысловую нагрузку;
- постановка дополнительных вопросов, раскрывающих сущность объектов;
- пересказ условия «своими словами»;
- восстановление условия по краткой записи или чертежу;
- изменение формулировки задачи без изменения математического содержания;
- разделение условия на составные части;
- составление обратных задач.

Для самостоятельного решения учащимися планиметрических задач предлагаем следующую систему эвристик:

- 1) вдуматься в смысл каждого слова (символа, термина) в тексте задачи;
- 2) выделить условие и требование задачи;
- 3) выяснить, какие из элементов задачной ситуации заданные, известные, а какие искомые, неизвестные;
- 4) выполнить наглядный рисунок, чертеж, помогающий осмыслить задачу (можно схематически); отметить на рисунке данные и искомые величины (правильное графическое представление условия задачи означает четкое, ясное и конкретное представление о заданной ситуации в целом);
- 5) попытаться охватить условие задачи в целом, отметить ее особенности;
- 6) продумать, однозначно ли сформулирована задача, не содержит ли условие избыточных, недостающих, противоречащих друг другу данных;
- 7) изучить цель, поставленную задачей, выявить теоретические положения, связанные с данной задачей в целом или с некоторыми ее элементами.

Важным моментом в процессе осознания учащимися условия планиметрической задачи является построение чертежа. Сформулируем требования к чертежу, при выполнении которых он станет одной из форм анализа условия задачи:

- чертеж должен быть выполнен аккуратно, достаточно крупно, с соблюдением масштаба, отвечающего реальному соотношению величин;
- на чертеже должны быть использованы четкие символические обозначения данных условия (равные отрезки отмечены равными штрихами, равные углы – равными дугами, перпендикулярные прямые – знаком перпендикуляра);
- на чертеже должен быть изображен общий случай фигуры заданной условием, включающий все ранее рассмотренные частные случаи (рассмотрение частных случаев допускается для осознания условия, для отыскания способов решения задачи);
- чертеж должен видоизменяться (перемещаться отдельные элементы фигуры, рассматриваться ее новое положение и т.д.) до тех пор, пока все условия и связь между ними не будут осознаны учащимися.

Таким образом, выделенные формы организации деятельности учащихся на этапе осмысления условия планиметрической задачи будут способствовать преодолению трудностей по ее решению. Предлагаемая система эвристик поможет учащимся самостоятельно справиться с анализом условия задачи и выбрать путь ее решения, а выполнение сформулированных выше требований к чертежу позволит учащимся лучше понять условие планиметрической задачи.

### Литература

1. Ковалева Г.И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач : моногр. Волгоград : Изд-во ВГПУ «Перемена», 2012.
2. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Мерлина Н.И. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика : учеб. пособие. Чебоксары : Изд-во Чуваш. ун-та, 2009.
3. Лоповок Л.М. Методика отбора упражнений по геометрии и обучение их решению // Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы / под ред. А. И. Фетисова. М. : Просвещение, 1967.

### *Forms of organization of students' intellectual work at the stage of comprehension of the condition of a planimetry task*

*There is considered the issue of insufficient development of the methodology of organization of students' educational work at the stage of comprehension of the condition of a planimetry task. There are suggested different forms of students' intellectual work organization in the course of comprehension of the condition of a planimetry task, heuristic orders for students' independent analysis of the condition of a planimetry task.*

Key words: *planimetry task, stages of task solution, analysis of task solution, ability to carry out the analysis of task condition.*