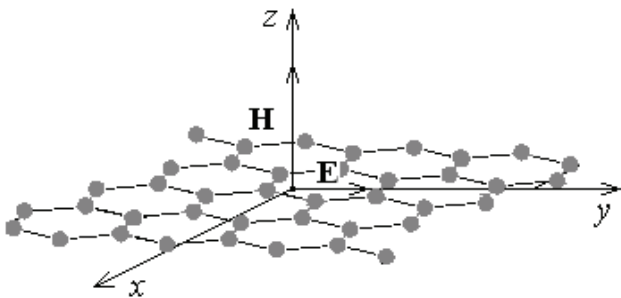


Е.И. Кухарь, В.А. Яковенко
Волгоградский государственный
педагогический университет

ОСЦИЛЛЯЦИИ ПОПЕРЕЧНОЙ МАГНИТОПРОВОДИМОСТИ ГРАФЕНА

Математика, естественные науки и методика их преподавания

В последнее время ведется интенсивное теоретическое [1;2;3] и экспериментальное [4;5;6;7] исследование свойств графена, представляющего собой монослой углерода. Связано это, во-первых, с тем, что графен обладает рядом необычных свойств, обусловленных особенностями его зонной структуры [8;9], а во-вторых, с тем, что этот материал получен в лаборатории совсем недавно [10]. Возможность проявления ряда нелинейных кинетических эффектов в графене связана с непараболичностью и неаддитивностью его энергетического спектра. Например, нелинейный электромагнитный отклик в графене исследован в [1]. Возможность выпрямления поперечного тока в графене изучена в [2].



В [10] экспериментально показано, что длина свободного пробега электрона в графене имеет порядок микрометра. Этот факт позволяет использовать графен для создания микрометровых приборов, работающих в баллистическом режиме. Высокая электрическая проводимость делает графен перспективным материалом для использования в нанoeлектронике наряду с углеродными нанотрубками [11].

Кроме этого, энергия электрона проводимости в зоне Бриллюэна вблизи так называемой дираковской точки пропорциональна модулю квазиимпульса, подобно энергии безмассовых частиц [9]. Эта особенность энергетического спектра позволяет, кроме всего прочего, использовать графен для проверки релятивистских эффектов.

В [12;13;14;15] изучены магнитные осцилляционные эффекты в графене вблизи дираковской точки. Влияние магнитного поля на высокочастотную проводимость графена и на поглощение графеном электромагнитного излучения исследованы в [7;13;14;15]. Эффект Шубникова-де Газа в двумерной системе с дираковским спектром изучены в [12], где предполагалось, что уровни Ландау имеют конечную ширину, связанную с рассеянием носителей заряда на неоднородностях решетки. При этом не рассматривался конкретный механизм рассеяния, а уширение уровней Ландау вводилось как феноменологический параметр.

В данной работе рассмотрены осцилляции магнитопроводимости графена, помещенного во внешнее магнитное поле, с учетом упругого рассеяния электронов проводимости на акустических фоновых. В случае, когда графен помещен во внешнее магнитное поле, напряженность H которого перпендикулярна его плоскости, гамильтониан имеет вид [3]

$$\hat{H}_0 = \hbar v_F \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{y}{a_H^2} \\ -\frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{y}{a_H^2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где v_F – скорость электрона на поверхности Ферми, $a_H = \sqrt{\hbar c / eH}$ – ларморовский радиус. Собственные волновые функции и значения энергии оператора (1), имеют вид (Там же)

$$|kn\rangle = \frac{1}{\sqrt{2La_H}} e^{ikx} \begin{pmatrix} \Phi_{n-1}\left(\frac{y-y_k}{a_H}\right) \\ \Phi_n\left(\frac{y-y_k}{a_H}\right) \end{pmatrix}, \text{ если } n > 0; \quad (2)$$

$$|k0\rangle = \frac{1}{\sqrt{La_H}} e^{ikx} \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_0\left(\frac{y-y_k}{a_H}\right) \end{pmatrix}.$$

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar v_F}{a_H} \sqrt{2n}, \quad (3)$$

где $\Phi_n(y)$ – функция гармонического осциллятора, k – проекция волнового вектора электрона на ось O_x , $y_k = -ka_H^2$, $n = 0, 1, 2, \dots$, L – линейный размер графена вдоль оси O_x . Из (3) видно, что уровни Ландау в графене не являются эквидистантными.

Тот факт, что движение электронов проводимости вблизи дираковской точки нельзя описывать в приближении эффективной массы, требует пересмотра формулы Титейка. Для этого воспользуемся подходом, развитым в [16]. Пусть вдоль оси O_y приложено слабое электрическое поле E . Плотность тока для ансамбля частиц, описываемого матрицей плотности $\langle nk | \rho | n'k' \rangle$, определяется формулой

$$j_y = -e \sum_{kn} \sum_{k'n'} \langle kn | \rho | k'n' \rangle \langle k'n' | \frac{dy}{dt} | kn \rangle. \quad (4)$$

Матричный элемент оператора скорости электрона в графене при наличии квантующего магнитного поля вычисляется между волновыми функциями (2) и имеет вид

$$\langle k'n' | \frac{dy}{dt} | kn \rangle = -iv_F (\delta_{n'n+1} + \delta_{n'n-1}) \delta_{k'k}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем:

$$j_y = ie v_F \sum_{nk} (\langle kn | \rho | kn+1 \rangle + \langle kn | \rho | kn-1 \rangle). \quad (6)$$

Полная матрица плотности $\hat{\rho}_T$, учитывающая переходные процессы, определяется из уравнения движения:

$$-i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}_T}{\partial t} = \hat{\rho}_T \hat{H} - \hat{H} \hat{\rho}_T, \quad (7)$$

где \hat{H} — гамильтониан, учитывающий внешнее магнитное поле, тянущее электрическое поле и потенциал рассеяния $V(\mathbf{r})$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + eEy + V(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Перейдем к лапласовскому образу матрицы плотности $P(s)$ с помощью интегрального преобразования:

$$\hat{P}(s) = s \int_0^\infty e^{-st} \hat{\rho}_T(t) dt. \quad (9)$$

Перепишем уравнение (7) для $P(s)$:

$$-i\hbar s \hat{P} = \hat{P} \hat{H} - \hat{H} \hat{P} - i\hbar s \hat{\rho}_0, \quad (10)$$

где $\hat{\rho}_0$ — матрица плотности в начальный момент времени (до включения электрического поля). В качестве начальной матрицы плотности выберем точную матрицу равновесного ансамбля:

$$\langle k'n' | \hat{\rho}_0 | kn \rangle = f(\epsilon_n) \delta_{n'n} \delta_{k'k}, \quad (11)$$

где $f(\epsilon_n)$ — функция распределения Ферми-Дирака. Матрица плотности $\hat{\rho}$, описывающая стационарный ток и входящая в формулу (6), определяется спустя столь долгий промежуток времени, что все величины, характеризующие переходные процессы, обращаются в нуль. Значение матрицы плотности спустя длительный промежуток времени можно определить, найдя предел, к которому стремится образ Лапласа $P(s)$, когда параметр $s \rightarrow 0$.

В борновском приближении по потенциалу рассеяния $V(\mathbf{r})$ и в линейном приближении по напряженности электрического поля получаем:

$$\langle kn | \hat{\rho} | kn \pm 1 \rangle = \pi i e E \sum_{n'k'} \frac{\partial f}{\partial \epsilon_n} (v_{k'} - v_k) \frac{\langle kn | V | k'n' \rangle \langle k'n' | V | kn \pm 1 \rangle}{\epsilon_{n\pm 1} - \epsilon_n} \delta(\epsilon_n - \epsilon_{n'}) \pm \delta(\epsilon_n - \epsilon_{n\pm 1}). \quad (12)$$

После подстановки (12) в (6) и ряда преобразований получаем следующее выражение для поперечной магнитопроводимости графена:

$$\sigma_{yy} = -\frac{\pi e^2}{\hbar} \sum_{nk} \sum_{n'k'} A_n \frac{\partial f}{\partial \epsilon_n} (v_{k'} - v_k) \langle k'n' | V | kn \rangle^2 \delta(\epsilon_{n'} - \epsilon_n). \quad (13)$$

Множитель A_n , входящий в формулу (6), имеет вид

$$A_n = \frac{1}{2\sqrt{n+1}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}. \quad (14)$$

Пусть электроны в графене рассеиваются на акустических фононах. Тогда потенциал рассеяния можно

представить в следующем виде [17]:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} V_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}), \quad (15)$$

где $V_{\mathbf{q}} = \sqrt{\hbar \Lambda^2 q / 2 \rho v S}$, \mathbf{q} — волновой вектор акустических фононов, Λ — деформационный потенциал, ρ — поверхностная плотность графена, v — скорость звука в графене, S — площадь образца. После подстановки (15) в (13) получаем:

$$\sigma_{yy} = -\frac{\pi e^2}{\hbar} \sum_{nk} \sum_{n'k'} \sum_{\mathbf{q}} A_n V_{\mathbf{q}}^2 \frac{\partial f}{\partial \epsilon_n} (v_{k'} - v_k) \langle k'n' | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | kn \rangle^2 \delta(\epsilon_{n'} - \epsilon_n). \quad (16)$$

После вычисления матричного элемента и сумм, входящих в формулу (16), получаем следующее выражение для магнитопроводимости:

$$\sigma_{yy} = -\frac{e^2 \Lambda^2}{16 \pi \rho v} \frac{1}{a_H^3} \sum_n \sum_{n'} F(n) \frac{\partial f}{\partial \epsilon_n} \delta(\epsilon_{n'} - \epsilon_n), \quad (17)$$

где $F(n) = A_n \int_0^\infty x^4 Q_n(x) dx$,

$$Q_n(x) = (L_{n-1}(x^2/2) + L_n(x^2/2)) \exp(-x^2/2),$$

$L_n(x)$ — полином Лагерра. Если осцилляции проводимости малы по сравнению с неосциллирующей частью, то их можно учесть только в одной из сумм (17). Воспользовавшись формулой Пуассона, преобразуем (17) следующим образом:

$$\sigma_{yy} = -\frac{e^2 \Lambda^2}{16 \pi \rho v} \frac{1}{a_H^3} \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty F(n(\epsilon)) \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial n}{\partial \epsilon} \right)^2 e^{2\pi i \kappa n(\epsilon)} d\epsilon, \quad (18)$$

где $n(\epsilon)$ определяется из (3). Подставив в (18) функцию распределения Ферми-Дирака, получим:

$$\sigma_{yy} = \frac{e^2 \Lambda^2}{64 \pi \hbar^4 \rho v \nu_F^4 \theta} a_H \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty \epsilon^2 F \left(\frac{a_H^2 \epsilon^2}{2 \hbar^2 \nu_F^2} \right) \text{ch}^{-2} \frac{\epsilon - \mu}{2\theta} e^{\frac{\pi i \kappa a_H^2 \epsilon^2}{\hbar^2 \nu_F^2}} d\epsilon, \quad (19)$$

где μ — химический потенциал, θ — температура электронного газа. При $\mu \gg \theta$ интеграл, входящий в выражение (19), приближенно равен:

$$\int_0^\infty \epsilon^2 F \left(\frac{a_H^2 \epsilon^2}{2 \hbar^2 \nu_F^2} \right) \text{ch}^{-2} \left(\frac{\epsilon - \mu}{2\theta} \right) e^{\frac{\pi i \kappa a_H^2 \epsilon^2}{\hbar^2 \nu_F^2}} d\epsilon \approx \frac{2 \pi^2 \kappa \theta^3 \mu^3 a_H^2}{\hbar^2 \nu_F^2} F \left(\frac{a_H^2 \mu^2}{2 \hbar^2 \nu_F^2} \right) \text{sh}^{-1} \left(\frac{2 \pi^2 \kappa \theta \mu a_H^2}{\hbar^2 \nu_F^2} \right) e^{\frac{\pi i \kappa a_H^2 \mu^2}{\hbar^2 \nu_F^2}}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (19), получаем следующее выражение для магнитопроводимости графена:

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{q}} F \left(\frac{\mu^2}{\theta^2 q} \right) \left(1 + \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{4 \pi^2 \kappa \mu}{\theta q} \text{sh}^{-1} \left(\frac{4 \pi^2 \kappa \mu}{\theta q} \right) \cos \left(\frac{2 \pi \kappa \mu^2}{\theta^2 q} \right) \right), \quad (21)$$

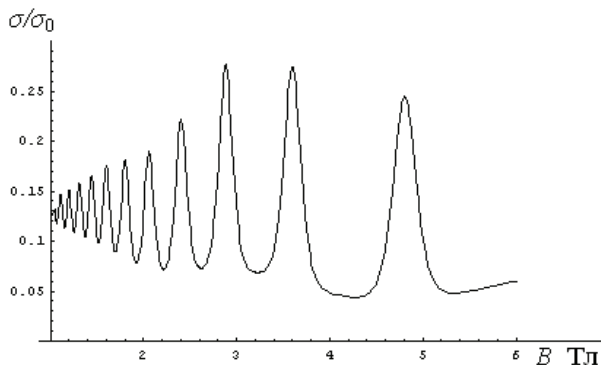
где $q = 2 \hbar^2 \nu_F^2 / \theta^2 a_H^2$, $\sigma_0 = e^2 \Lambda^2 \mu^2 / 32 \sqrt{2} \pi \hbar^3 \rho v \nu_F^3$.

Выражение (18), как уже говорилось, справедливо, если амплитуда осцилляций мала по сравнению с неосциллирующей частью. Как видно из (21), для этого необходимо, чтобы аргумент функции $\text{sh } x$ был достаточно большим по сравнению с единицей. Это приводит к следующему условию, ограничивающему величину напряженности магнитного поля:

$$H < \frac{2\pi^2 c \mu \theta}{e \hbar v_F^2}. \quad (22)$$

Для $v_F \sim 106$ м/с, $\mu \sim 0,12$ эВ, $\theta \sim 0,001$ эВ, согласно условию (22), верхний предел для индукции магнитного поля составляет 6 Тл.

Ниже показана зависимость проводимости графена от индукции внешнего магнитного поля $\mu \sim 0,12$ эВ, $\theta \sim 0,001$ эВ, $\sigma_0 \sim 0,01$ (Ом·м)⁻¹ построенная по формуле (21).



Таким образом, для графена, так же как и для объемных полупроводников, должны наблюдаться осцилляции поперечной магнитопроводимости, периодичные по обратному магнитному полю. Однако период этих осцилляций пропорционален μ^2/θ^2 , а не μ/θ , как для объемных полупроводников. Связано это с неэквидистантностью уровней Ландау (3) в графене.

Другой особенностью зависимости поперечной проводимости графена от магнитного поля является немонотонное поведение величины проводимости в

максимуме с ростом индукции магнитного поля, в отличие от объемного полупроводника, где проводимость в максимуме монотонно уменьшается с ростом магнитной индукции. Немонотонное поведение проводимости графена в максимуме также объясняется неэквидистантностью уровней Ландау в графене (работа поддержана грантом РФФИ и проводилась в рамках программы Минобрнауки «Развитие научного потенциала высшей школы»).

Литература

1. Mikhailov S.A. // Europhys. Lett. 2007. Vol.79.
2. Завьялов Д.В., Крючков С.В., Марчук Э.В. // ПЖТФ. 2008. Т.34. № 21.
3. Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R., [etc.] // Arxiv: 0709. Cond-Mat. 2007. Vol.1.
4. Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V. // Nature. 2005. Vol.438.
5. Zhang Y.-W. Tan / Y.-W. Tan Zhang, Stormer H.L., Kim P. // Nature. 2005. Vol. 438.
6. Jiang, Z., Henriksen E.A., Tung L.C. [etc.]// Phys. Rev. Lett. 2007. Vol.98.
7. Bliokh K.Y. // Phys. Lett. 2005. A 344.
8. Reich S., Maultzsch J., Thomsen C., Ordejon P. // Phys. Rev. 2002. B 66.
9. Wallace P.R. // Phys. Rev. 1947. Vol.71.
10. Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V. [etc.] // Science. 2004. Vol.306.
11. Milton Pereira Jr., Vasilopoulos P., Peeters F.M. // Appl. Phys. Lett. 2007. Vol. 90.
12. Gusynin V.P., Sharapov S.G., Beck H. // Phys. Rev. 2003. B 67.
13. Gusynin V.P., Sharapov S.G., Carbotte J.P. // J. Phys.: Condens. Matter. 2007. Vol.19.
14. Peres N.M.R., Guinea F., Castro Neto A.H. // Phys. Rev. 2006p. B 73.
15. Gusynin V.P., Sharapov S.G. // Phys. Rev. 2006. B 73.
16. Адамс Э., Гольдстейн Т. Вопросы квантовой теории необратимых процессов. М.: Иностран. лит., 1961. 255 с.
17. Hwang E.H. Das Sarma S. // Phys. Rev. 2007. B 75.